ISSN: 2339-2541
JURNAL GAUSSIAN, Volume 5, Nomor 4, Tahun 2016, Halaman 603-610
Online di: http://ejournal-s1.undip.ac.id/index.php/gaussian

PEMODELAN *MARKOV SWITCHING* DENGAN *TIME-VARYING TRANSITION PROBABILITY*

Anggita Puri Savitri[1], Budi Warsito[2], Rita Rahmawati[3]
[1]Mahasiswa Departemen Statistika FSM Universitas Diponegoro
[2,3]Staff Pengajar Departemen Statistika FSM Universitas Diponegoro

ABSTRACT

Exchange rate or currency is an economic variable which reflects country's state of economy. It fluctuates over time because of its ability to switch the condition or regime caused by economic and political factors. The changes in the exchange rate are depreciation and appreciation. Therefore, it could be modeled using Markov Switching with Time-Varying Transition Probability which observe the conditional changes and use information variable. From this model, time-varying transition probability and expected durations are obtained; both are very useful to explain economic growth better and more detailed. This research modeled ln return value of Indonesian Rupiah to U.S Dollars and using ln return value of Indonesian Rupiah to Euro as information variable. The best model is MS(2) – AR(1). Overall, the mean of transition probability from appreciation to depreciation is 0,025242 and the transition probability from depreciation to appreciation is 0,666369. Expected duration of appreciation is 39,61623 days meanwhile the expected duration of depreciation is 39,18689 days.

Keywords : regime switching, Markov switching, time-varying, transition probability, expected duration

1. PENDAHULUAN

Pada umumnya pemodelan runtun waktu dilakukan dengan menggunakan model linier, seperti *autoregressive model* (AR), *moving average model* (MA) dan model ARMA campuran. Namun model linier tersebut tidak dapat menjelaskan berbagai macam pola dinamika nonlinier, seperti informasi yang bersifat asimetri, amplitudo yang saling bergantung, atau pengelompokan volatilitas.

Markov switching yang diperkenalkan oleh Hamilton (1989) merupakan salah satu model runtun waktu nonlinier yang sering digunakan karena pada model ini perubahan kondisi yang terjadi pada data dianggap sebagai suatu variabel tak teramati (*unobservable variable)* yang sering disebut dengan *state* atau *regime*. Transisi dari suatu *state* pada siklus tertentu ke *state* yang lain dimodelkan sebagai *regime switch,* dan probabilitas dari perpindahan *state* tersebut dapat diketahui dari data dimana transisi dari probabilitas tersebut bersifat konstan yang sering disebut sebagai *fixed transition probability* (FTP). Namun, probabilitas transisi yang bersifat konstan atau *fixed* membatasi dalam menjelaskan pergerakan variabel ekonomi, karena variabel ekonomi tersebut tidak diperbolehkan untuk mempengaruhi probabilitas transisi.

Model *Markov switching* dengan *time-varying transition probability* (TVTP) yang mampu menggambarkan pergerakan siklus bisnis lebih baik dibandingkan FTP. Selain menggunakan variabel data pengamatan, metode ini menggunakan variabel informasi sebagai indikator pergerakan siklus bisnis, model TVTP dapat menjelaskan perubahan sistematis pada probabilitas transisi sebelum dan sesudah titik balik dan memiliki durasi yang telah ditetapkan untuk bervariasi terhadap waktu.

Dinamika pergerakan nilai tukar mata uang menunjukkan adanya perubahan kondisi atau *state,* oleh karena itu dapat dimodelkan menggunakan *Markov switching* dengan TVTP. Kurs memiliki dua kondisi yang sering berubah, yaitu depresiasi dan apresiasi. Nilai tukar merupakan peubah penting dalam bidang keuangan yang pergerakan nilainya perlu diperhatikan dari waktu ke waktu, terutama bagi perusahaan ataupun investor yang aktif dalam sistem pembayaran internasional untuk membuat peramalan sehingga resiko dapat dihindari. Untuk memiliki data harian nilai tukar yang memenuhi kriteria statistik, perlu digunakan nilai ln *return* (*continuously compounded returns)*.

Dalam penulisan Tugas Akhir ini akan dibahas pemodelan *Markov switching* dengan *time-varying transition probability* dan pendugaan parameter menggunakan *maximum likelihood estimation* (MLE) yang dikombinasikan dengan algoritma *filtering* dan *smoothing*. Pemodelan tersebut diterapkan pada data harian nilai ln *retrun* kurs Rupiah terhadap USD sebagai data pengamatan dan nilai *ln* return Rupiah terhadap Euro sebagai variabel informasi mulai 4 Januari 2016 hingga 30 Juni 2016 sebanyak 124 data.

2. TINJAUAN PUSTAKA

Menurut Sukirno (1981) seperti yang dikutip pada Ariyani (2014), kurs (*exchange rate*) adalah pertukaran antara dua mata uang berbeda, yaitu merupakan perbandingan nilai atau harga antara kedua mata uang tersebut. Perbandingan nilai inilah yang sering disebut dengan kurs (*exchange rate*). Nilai tukar biasanya berubah-ubah, perubahan kurs dapat berupa depresiasi dan apresiasi. Depresiasi mata uang Rupiah terhadap USD artinya suatu penurunan harga USD terhadap Rupiah. Depresiasi mata uang negara membuat harga barang-barang domestik menjadi lebih murah bagi pihak luar negeri. Sedangkan apresiasi Rupiah terhadap USD adalah kenaikan Rupiah terhadap USD.

2.1 *Markov Switching* dengan *Time-Varying Transition Probability* (MS TVTP)

Perubahan atau *switching* pada model *Markov Switching* dapat terjadi pada rataan, maupun rataan dan varian. Model dengan *switching* pada nilai rataan dan varian dituliskan oleh Hamilton (1996) sebagai berikut:

$$y_t = \mu_{s_t} + e_t, \quad e_t \sim N(0, \sigma_{st}^2)$$

Peubah acak tidak teramati yang sering disebut dengan *state* atau *regime* disimbolkan dengan s_t, dimana $s_t \in \{1,2,\dots,M\}$ dan M adalah banyaknya *state*. Pada penelitian dengan variabel kurs, diasumsikan terdapat dua *state* (M=2), yaitu apresiasi dan depresiasi. Sesuai dengan karakteristik rantai Markov, bahwa nilai sekarang dipengaruhi oleh nilai di masa lalu, maka besarnya peluang nilai s_t dapat dituliskan Hamilton (1994) sebagai berikut:

$$P\,[s_t = j | s_{t-1} = i, \dots M] = p_{ij}$$
$$0 \le p_{ij} \le 1, \text{ dimana i,j} = 1,2$$

dengan p_{ij} merupakan peluang transisi atau besarnya kemungkinan perubahan dari *state* i ke j. Kemudian nilai peluang transisi tersebut dikumpulkan ke dalam matriks peluang transisi sebagai berikut:

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & \cdots & p_{1M} \\ p_{21} & p_{22} & \cdots & p_{2M} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{M1} & p_{M2} & \cdots & p_{MM} \end{bmatrix}$$

Oleh karena nilai p_{ij} melambangkan peluang maka nilai tersebut merupakan bilangan non-negatif dan tidak lebih dari 1, secara matematis dituliskan dengan $0 \le p_{ij} \le 1$ dan $\sum_{j=1}^{M} p_{ij} = 1$ yang berlaku untuk i, j = 1,2.

Kombinasi antara *Markov switching* dengan model *autoregressive* disebut sebagai *Markov switching autoregressive*. Misalkan y_t adalah runtun waktu AR orde *r* yang nilai rataan dan variannya dipengaruhi perubahan *regime* sebanyak 2, maka Kim dan Nelson (1999) menuliskan model MS(2) – AR(r) sebagai berikut:

$$\Phi(L)\left(\mathrm{y_t} - \mu_{s_t}\right) = e_t$$

$$(\mathrm{y_t} - \mu_{S_t}) = \phi_1(y_{t-1} - \mu_{S_{t-1}}) + \cdots + \phi_r(\mathrm{y_{t-r}} - \mu_{S_{t-r}}) + \mathrm{e_t}$$

dimana $\Phi(L) = \phi_1 + \phi_2 L + \cdots + \phi_r L^{r-1}$ adalah lag polinomial, $\mathrm{e_t} \overset{\text{i.i.d.}}{\sim} N(0, \sigma^2_{\mathrm{s_t}})$, serta μ_{S_t} dan $\sigma^2_{\mathrm{s_t}}$ bernilai μ_1 dan σ_1^2 jika proses berada pada *state* 1 dan bernilai μ_2 dan σ_2^2 jika proses berada pada *state* 2 dengan $\mathrm{y_t}, \mathrm{y_{t-1}}, \dots, \mathrm{y_{t-r}}$ adalah data pengamatan, $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_r$ adalah koefisien *autoregressive*, $\mu_{S_t}, \mu_{S_{t-1}}, \dots, \mu_{S_{t-r}}$ adalah rataan pada saat t yang dipengaruhi perubahan *state*.

Model *Markov switching* dengan *time-varying transition probability* (TVTP) dengan mean yang bergantung pada *state*, variabel yang telah ditentukan dan residual yang berdistribusi normal dituliskan Filardo (1994) sebagai:

$$y_t = \mu_{S_t} + \Phi(L)(y_{t-1} - \mu_{S_{t-1}}) + e_t$$

dimana $\Phi(L) = \phi_1 + \phi_2 L + \cdots + \phi_r L^{r-1}$ adalah lag polinomial, μ_{S_t} adalah mean yang bergantung pada *state,* $e_t \sim N(0, \sigma^2)$ dan $s_t \in \{1,2\}$. Untuk menentukan suatu *state* adalah apresiasi atau depresiasi, Hamilton (1994) mempertimbangkan melalui nilai μ_{S_t}, dengan ketentuan pada penelitian ini $s_t = 1$ merupakan *state* saat rupiah mengalami apresiasi, sedangkan $s_t = 2$ merupakan *state* saat rupiah mengalami depresiasi.

Proses stokastik dua *state* pada s_t dapat diringkas dengan matriks transisi yang dirumuskan Filardo (1994) sebagai berikut:

$$P(s_t = j | s_{t-1} = i, \boldsymbol{z_t}) = \Lambda = \begin{bmatrix} p_{11}(\boldsymbol{z_t}) & p_{12}(\boldsymbol{z_t}) \\ p_{21}(\boldsymbol{z_t}) & p_{22}(\boldsymbol{z_t}) \end{bmatrix}$$

dimana kumpulan data variabel informasi atau indikator ekonomi dinotasikan dengan $\boldsymbol{z_t} = \{z_t, z_{t-1}, \dots, \}$ dan harus memenuhi asumsi stasioneritas.

2.2 Prosedur Pemodelan MS TVTP

Konsep yang sangat penting dalam analisis runtun waktu adalah stasioneritas data. Jika suatu runtun waktu y_t stasioner, maka rataan dan varian runtun waktu tersebut tidak dipengaruhi oleh berubahnya waktu pengamatan. Fluktuasi data berada disekitar suatu nilai rata-rata yang konstan, tidak tergantung pada waktu dan variansi dari fluktuasi tersebut (Makridakis dan Fildes, 1995).

Menurut Makridakis dan Fildes (1995), stasioneritas dibagi menjadi dua, yaitu data dikatakan stasioner dalam mean jika $E(y_t) = \mu$, konstan untuk semua t dan data dikatakan stasioner dalam varian jika $Var(Z_t) = \sigma^2$, konstan untuk semua t.

Uji *augmented Dickey-Fuller* (ADF) merupakan salah satu uji yang paling sering digunakan dalam pengujian stasioneritas data yakni dengan melihat apakah terdapat *unit root* di dalam model atau tidak. Pada uji akar unit *augmented Dickey Fuller*, stasioneritas diperiksa dengan menentukan apakah polinomial *autoregressive* memiliki akar tepat pada lingkaran unit atau di dekat lingkaran unit (Brockwell dan Davis, 2002).

Langkah dalam pengujian stasioneritas dengan ADF dituliskan oleh Brockwell dan Davis (2002) sebagai berikut hipotesis H_0: $\phi_1^* = 0$ (terdapat *unit root* dalam data atau data tidak stasioner) dan H_1: $\phi_1^* < 0$ (tidak terdapat *unit root* dalam data atau data stasioner). Menggunakan taraf signifikansi α, statistik ujinya adalah

$$\hat{\tau}_\mu = \frac{\hat{\phi}_1^*}{\widehat{SE}(\hat{\phi}_1^*)}$$

dengan $\widehat{SE}(\hat{\phi}_1^*) = S(\sum_{t=2}^n (y_{t-1} - \bar{y})^2)^{-1/2}$ dan $S^2 = \sum_{t=2}^n (\nabla y_t - \hat{\phi}_0^* - \hat{\phi}_1^* y_{t-1})^2/(n - 3)$. Kriteria ujia dalah H_0 ditolak (data stasioner) jika $\hat{\tau}_\mu < t^*$ atau jika nilai probabilitas < α.

Untuk mengubah data yang tidak stasioner menjadi stasioner, diperlukan modifikasi data. Menurut Rimarcik (2006), untuk memperoleh variabel ekonomi harian yang memenuhi kriteria statistik dapat digunakan alternatif yaitu dengan menggunakan nilai ln *return (continuously compounded return)*. Nilai ln *return* dapat mengatasi ketidakstasioneran dalam mean dan varian karena perthitungannya merupakan kombinasi log normal dengan differensi. Nilai ln *return* harian dirumuskan sebagai:

$$R_t = \ln\left(\frac{y_t}{y_{t-1}}\right)$$

Estimasi parameter model MS TVTP dilakukan dengan metode *maximum likelihood estimation* (MLE). Pada MLE diperoleh estimator yang tidak bias dan bervariasi minimum. Langkah pertama yang dilakukan adalah menentukan fungsi densitas $f(y_t;\theta)$ untuk kemudian dibentuk menjadi fungsi log-likelihood ln L(θ). Sebagai contoh, fungsi densitas dari model MS(2) – AR(1) dituliskan sebagai:

$$f(y_t|s_t, s_{t-1}, \mathbf{\Omega}_{t-1};\theta) = \frac{1}{\sigma_{s_t}\sqrt{2\pi}} exp\left[-\frac{\left((y_t-\mu_{s_t})-\phi_1(y_{t-1}-\mu_{s_{t-1}})\right)^2}{2\sigma_{s_t}^2}\right]$$

dengan $\mathbf{\Omega}_{t-1}$ merupakan populasi data pengamatan (y_{t-1}, y_{t-2}, …, y_{-r+1}) dan θ adalah populasi parameter model MS(2)-AR(1). Kemudian bentuk fungsi densitas bersama dari y_t, s_t dan s_{t-1} sebagai berikut:

$$f(y_t, s_t, s_{t-1}|\mathbf{\Omega}_{t-1}, \mathbf{z}_{t-1};\ \theta) = f(y_t|s_t, s_{t-1}, \mathbf{\Omega}_{t-1}, \mathbf{z}_{t-1};\theta) \times P(s_t, s_{t-1}|\mathbf{\Omega}_{t-1,}\mathbf{z}_{t-1};\theta)$$

Langkah selanjutnya adalah menghitung peluang nilai suatu *state* pada saat *t* berdasarkan informasi data pengamatan hingga saat *t-1* yang dituliskan sebagai:

$$P(s_t = j, s_{t-1} = i|\mathbf{\Omega}_{t-1}, \mathbf{z}_{t-1}) = P(s_t = j|s_{t-1} = i, \mathbf{z}_t) \times P(s_{t-1} = i|\mathbf{\Omega}_{t-1}, \mathbf{z}_{t-1})$$

Dengan nilai $P(s_t = j|s_{t-1} = i, \mathbf{z}_t)$ merupakan probabilitas transisi dari rantai markov dengan 2 *state*. Fungsi densitas y_t diperoleh dengan menghitung kemudian menjumlahkan fungsi densitas bersama untuk setiap kemungkinan nilai s_t dan s_{t-1}, sebagai berikut:

$$\begin{aligned} f(y_t|\ \mathbf{\Omega}_{t-1}, \mathbf{z}_{t-1};\theta) &= \textstyle\sum_{j=1}^{M}\sum_{i=1}^{M} f(y_t, s_t = j, s_{t-1} = i|\mathbf{\Omega}_{t-1}, \mathbf{z}_{t-1};\theta) \\ &= \textstyle\sum_{j=1}^{M}\sum_{i=1}^{M} f(y_t|s_t, s_{t-1}, \mathbf{\Omega}_{t-1},;\theta) \times P(s_t = j, s_{t-1} = i, \mathbf{z}_{t-1};\theta) \\ &\quad \times P(s_t = j, s_{t-1} = i|\mathbf{\Omega}_{t-1}, \mathbf{z}_{t-1};\theta) \end{aligned}$$

Setelah diperoleh fungsi densitas bersama, kemudian dilakukan proses *filtering*. Proses ini dijalankan untuk mendapatkan peluang nilai suatu *state* pada saat *t* bukan berdasarkan informasi dari data pengamatan hingga *t*-1, namun berdasarkan data pengamatan hingga saat *t*. Proses ini dijalankan secara interatif dari *t* = 1, 2, …, T. Berikut adalah persamaan yang dituliskan oleh Diebold (1994) untuk proses *filtering:*

$$\begin{aligned} P(s_t = j, s_{t-1} = i|\mathbf{\Omega}_t, \mathbf{z}_t;\theta) &= P(s_t = j, s_{t-1} = i|\mathbf{\Omega}_{t-1}, y_t, \mathbf{z}_t;\theta) \\ &= \frac{P(s_t=j, s_{t-1}=i, y_t|\mathbf{\Omega}_{t-1}, \mathbf{z}_{t-1};\theta)}{f(y_t|\mathbf{\Omega}_{t-1}, \mathbf{z}_{t-1};\theta)} \\ &= \frac{f(y_t|s_t=j, s_{t-1}=i, \mathbf{\Omega}_{t-1}, \mathbf{z}_{t-1};\theta)\times P(s_t=j, s_{t-1}=i|\mathbf{\Omega}_{t-1}, \mathbf{z}_{t-1};\theta)}{\sum_{j=1}^{M}\sum_{i=1}^{M} f(y_t, s_t=j, s_{t-1}=i|\mathbf{\Omega}_{t-1}, \mathbf{z}_{t-1};\theta)} \\ &= \frac{f(y_t|s_t=j, s_{t-1}=i, \mathbf{\Omega}_{t-1}, \mathbf{z}_{t-1};\theta)\times P(s_t=j, s_{t-1}=i|\mathbf{\Omega}_{t-1}, \mathbf{z}_{t-1};\theta)}{\sum_{j=1}^{M}\sum_{i=1}^{M} f(y_t|s_t=j, s_{t-1}=i, \mathbf{\Omega}_{t-1}, \mathbf{z}_{t-1};\theta)\times P(s_t=j, s_{t-1}=i|\mathbf{\Omega}_{t-1}, \mathbf{z}_{t-1};\theta)} \end{aligned}$$

Sehingga nilai *filtered state probabilities* suatu *state* dapat dihitung dengan:

$$P(s_t = j|\mathbf{\Omega}_t, \mathbf{z}_t;\theta) = \textstyle\sum_{i=1}^{M} P(s_t = j, s_{t-1} = i|\ \mathbf{\Omega}_t, \mathbf{z}_t;\theta) \text{ untuk i, j = 1, 2}$$

Setelah menjalankan proses *filtering,* langkah selanjutnya adalah proses *smoothing*. Pada proses *smoothing* peluang nilai *state* dihitung berdasarkan informasi dari seluruh data pengamatan. Proses ini dijalankan secara iteratif dari t = T-1, T-2, …, 1. Berikut adalah persamaan yang dituliskan oleh Diebold (1994) untuk proses *smoothing:*

$$\begin{aligned} P(s_t = j, s_{t+1} = k|\mathbf{\Omega}_T, \mathbf{z}_T;\theta) &= P(s_{t+1} = k|\mathbf{\Omega}_T, \mathbf{z}_T;\theta) \\ &\quad \times P(s_t = j|s_{t+1} = k, \mathbf{\Omega}_T, \mathbf{z}_T;\theta) \\ &= \frac{P(s_{t+1}=k|\mathbf{\Omega}_T, \mathbf{z}_T;\theta)\times P(s_t=j, s_{t+1}=k|\mathbf{\Omega}_t, \mathbf{z}_t;\theta)}{P(s_{t+1}=k|\mathbf{\Omega}_t, \mathbf{z}_t;\theta)} \\ &= \frac{P(s_{t+1}=k|\mathbf{\Omega}_T, \mathbf{z}_T;\theta)\times P(s_t=j|\mathbf{\Omega}_T, \mathbf{z}_T;\theta)\times P(s_{t+1}=k|s_t=j, \mathbf{\Omega}_t, \mathbf{z}_t;\theta)}{P(s_{t+1}=k|\mathbf{\Omega}_t, \mathbf{z}_t;\theta)} \end{aligned}$$

Jika persamaan di atas dihitung untuk setiap kemungkinan nilai k, maka dapat dihitung besarnya peluang s_t bernilai j berdasarkan pengamatan hingga t = T, sebagai berikut:

$$P(s_t = j|\mathbf{\Omega}_T, \boldsymbol{z}_T; \theta) = \sum_{k=1}^{M} P(s_t = j, s_{t+1} = k|\mathbf{\Omega}_T, \boldsymbol{z}_T; \theta); \quad \text{j, k} = 1, 2$$

Setelah mendapatkan nilai peluang s_t melalui proses *filtering* dan *smoothing* maka dapat diperoleh fungsi densitas dari y_t sebagai berikut:

$$f(y_t|s_t, s_{t-1}, \mathbf{\Omega}_T, \boldsymbol{z}_T; \theta) = \sum_{j=1}^{M}\sum_{i=1}^{M} f(y_t, s_t = j, s_{t-1} = i|\mathbf{\Omega}_T, \boldsymbol{z}_T; \theta)$$
$$= \sum_{j=1}^{M}\sum_{i=1}^{M} f(y_t|s_t = j, s_{t-1} = i, \mathbf{\Omega}_T, \boldsymbol{z}_T; \theta)$$
$$\times P(s_t = j, s_{t-1} = i|\mathbf{\Omega}_T, \boldsymbol{z}_T; \theta)$$

sehingga fungsi *likelihood* dan *log-likelihood* dituliskan sebagai berikut:

$$L(\theta) = \prod_{t=1}^{T} f(y_t|s_t, s_{t-1}, \mathbf{\Omega}_T, \boldsymbol{z}_T; \theta)$$
$$\ln L(\theta) = \sum_{t=1}^{T} \ln f(y_t|s_t, s_{t-1}, \mathbf{\Omega}_T, \boldsymbol{z}_T; \theta)$$

Setelah mengestimasi parameter, kemudan dilakukan uji diagnostik untuk menguji kelayakan model. Pengujian dibagi ke dalam dua bagian, yaitu uji signifikansi parameter dan normalitas residual. Model dikatakan layak digunakan untuk peramalan apabila parameternya signifikan dan residualnya berdistribusi normal. Menurut Aswi dan Sukarna (2006) pengujian signifikansi parameter dilakukan dengan hipotesis H_0: $\hat{\theta}_k = 0$ (parameter tidak signifikan terhadap model) dan H_1: $\hat{\theta}_k \neq 0$ (parameter signifikan terhadap model). Menggunakan taraf signifikansi α, statistik ujinya adalah:

$$t = \frac{\hat{\theta}_k}{SE\ \hat{\theta}_k} \qquad k = 1, 2, \ldots, \text{p}$$

Kriteria uji adalah H_0 ditolak (parameter signifikan terhadap model) jika $|t| > t_{\frac{\alpha}{2};df}$ dengan $df = n - n_k$ dimana n_k adalah banyaknya parameter.

Pengujian asumsi normalitas residual dapat dilakukan dengan uji Jarque-Bera. Menurut Rosadi (2012) uji Jarque-Bera dilakukan dengan hipotesis H_0: residual berdistribusi normal dan H_1: residual tidak berdistribusi normal. Menggunakan taraf signifikansi α, statistik ujinya adalah:

$$JB = \frac{n}{6}(S^2 + \frac{(K-3)^2}{4})$$

dengan S: *skewness* $= \frac{\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}(e_t-\bar{e})^3}{(\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}(e_t-\bar{e})^2)^{3/2}}$ dan K: *kurtosis* $= \frac{\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}(e_t-\bar{e})^4}{(\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}(e_t-\bar{e})^2)^2}$

Kriteria uji adalah H_0 ditolak (residual tidak berdistribusi normal) jika JB > $\chi^2_{(\alpha;2)}$

Dari model *Markov Switching* dengan TVTP juga dapat diketahui durasi dari masing-masing *state*. Misalkan D adalah durasi dari *state* j, maka:

D = 1, jika $s_t = j$ dan $s_{t+1} \neq j; P(D = 1) = 1 - P_{jj}$

D = 2, jika $s_t = s_{t+1} = j$ dan $s_{t+2} \neq j; P(D = 2) = P_{jj}(1 - P_{jj})$

D = 3, jika $s_t = s_{t+1} = s_{t+2} = j$ dan $s_{t+3} \neq j; P(D = 3) = {P_{jj}}^2(1 - P_{jj})$, dst.

Sehingga ekspektasi dari *state* j dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\text{E(D)} = \sum_{j=1}^{\infty} j\, P(D = j)$$
$$= 1 \times (1 - P_{jj}) + 2 \times P_{jj}(1 - P_{jj}) + 3 \times {P_{jj}}^2(1 - P_{jj}) + \cdots$$
$$= (1 - P_{jj})(1 + 2P_{jj} + 3{P_{jj}}^2 + \cdots)$$
$$\approx \frac{1}{1 - P_{jj}}$$

Pemilihan model terbaik dilakukan dengan membandingkan nilai *Akaike Information Criterion* (AIC). AIC adalah ukuran kebaikan dari model statistika yang menunjukkan seberapa tepat suatu model dengan data. Akaike (1978) menuliskan bentuk umum AIC sebagai berikut:

$$AIC = (-2)\ln(L) + 2k$$

dengan L adalah nilai maksimal dari fungsi *likelihood* untuk estimasi model dan k adalah banyaknya koefisien dugaan dalam model.

3. METODE PENELITIAN

Pada penulisan tugas akhir ini digunakan data sekunder yang diperoleh dari website resmi Bank Indonesia (www.bi.go.id). Data tersebut berupa nilai tukar (kurs) beli dari transaksi Bank Indonesia untuk mata uang Rupiah terhadap USD dan Euro. Data yang digunakan dalam pemodelan adalah data runtun waktu harian dari tanggal 4 Januari 2016 hingga 30 Juni 2016 dan diperoleh berdasarkan hasil aktif transaksi masing-masing peubah yang terdiri dari 124 data. Adapun langkah-langkah untuk mencapai tujuan penelitian ini adalah

1. Menguji stasioneritas data. Apabila data tidak stasioner, dilanjutkan kembali dengan menghitung nilai ln *return* dari data dan menguji kestasionerannya kembali.
2. Melakukan estimasi parameter.
3. Melakukan uji diagnostik model. Pengujian terbagi ke dalam dua tahap, yaitu signifikansi parameter dan normalitas residual.
4. Pemilihan model terbaik. Tahap ini dilakukan dengan membandingkan nilai AIC dari model yang telah lolos uji diagnostik. Dipilih model terbaik dengan nilai AIC terkecil.

4. HASIL DAN PEMBAHASAN

Pengujian stasioneritas menggunakan *augmented Dickey Fuller* menunjukkan bahwa data pengamatan nilai tukar Rupiah ke USD dan variabel informasi nilai tukar Rupiah ke Euro tidak stasioner. Untuk mengatasinya, digunakan nilai ln *return* terhadap USD dan Euro, diperoleh variabel RUSD dan REUR yang telah stasioner dengan nilai statistik *augmented Dickey Fuller* masing-masing sebesar -12,077 dan -11,708954. Setelah mendapatkan estimasi dari parameter dari tiap orde, yaitu orde 1 hingga 5 dengan *maximum likelihood estimation*, tahap selanjutnya adalah uji signifikansi parameter dan uji normalitas residual. Model yang setiap parameternya signifikan dan residual berdistribusi normal adalah model MS(2) – AR(1). Berikut adalah hasil estimasi parameter dari model tersebut:

$$\hat{\mu}_1 = -0{,}001414 \qquad \hat{\mu}_2 = 0{,}001235 \qquad \hat{\phi}_1 = -0{,}113236$$

$$\text{Log } \hat{\sigma}_1 = -5{,}163166 \quad \hat{\sigma}_1^2 = (\text{antilog}(-5{,}163166))^2 = 4{,}71702\times10^{-11}$$

$$\text{Log } \hat{\sigma}_2 = -12{,}86363 \quad \hat{\sigma}_2^2 = (\text{antilog}(-12{,}86363))^2 = 1{,}8738\times10^{-26}$$

Sehingga model MS(2) – AR(1) dari ln *return* kurs Rupiah terhadap USD dapat dituliskan sebagai:

$$\hat{R}_t = -0{,}001414 - 0{,}113236\left(\hat{R}_{t-1} + 0{,}001414\right), \text{ untuk } s_t = 1 \text{ (apresiasi)}$$

$$\hat{R}_t = 0{,}001235 - 0{,}113236\left(\hat{R}_{t-1} - 0{,}001235\right), \text{ untuk } s_t = 2 \text{ (depresiasi)}$$

$\hat{R}_t$ merupakan dugaan nilai ln *return* kurs Rupiah terhadap USD. Setelah memperoleh model untuk ln *return* kurs Rupiah terhadap USD, untuk mendapatkan model kurs Rupiah terhadap USD dengan $R_t = \ln\left(\frac{y_t}{y_{t-1}}\right)$, diperoleh taksiran model kurs Rupiah terhadap USD adalah:

$$y_t = \frac{(y_{t-1})(y_{t-2})^{0{,}113236}}{\exp(0{,}001574)(y_{t-1})^{0{,}113236}}, \text{ untuk } s_t = 1 \text{ (apresiasi)}$$

$$y_t = \frac{(y_{t-1})\,(y_{t-2})^{0{,}113236}\exp(0{,}001365)}{(y_{t-1})^{0{,}113236}}, \text{ untuk } s_t = 2 \text{ (depresiasi)}$$

Model MS(2) – AR(1) merupakan satu-satunya model yang lolos uji diagnostik, sehingga model ini merupakan model terbaik dengan nilai AIC sebesar -7,637888. Setiap data pengamatan ke t memiliki probabilitas transisi dan durasinya sendiri. Secara keseluruhan, rata-rata dari probabilitas transisi yang bervariasi terhadap waktu adalah sebagai berikut:

$$Mean\ P = \begin{bmatrix} p_{11}(\boldsymbol{z_t}) & p_{12}(\boldsymbol{z_t}) \\ p_{21}(\boldsymbol{z_t}) & p_{22}(\boldsymbol{z_t}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0{,}974758 & 0{,}025242 \\ 0{,}666369 & 0{,}333631 \end{bmatrix}$$

Dari rata-rata keseluruhan data pengamatan matriks probabilitas transisi dapat diketahui bahwa jika diketahui saat t-1 nilai ln *return* Rupiah terhadap USD mengalami apresiasi, maka peluang nilai ln *return* kurs Rupiah terhadap USD pada saat t mengalami apresiasi adalah $p_{11}(\boldsymbol{z}_t)$ = 0,974758, dan peluang nilai ln *return* kurs Rupiah terhadap USD pada saat t mengalami depresiasi adalah 0,025242. Sedangkan jika diketahui saat t-1 nilai ln *return* kurs Rupiah terhadap USD mengalami depresiasi, maka peluang nilai ln *return* kurs Rupiah terhadap USD mengalami depresiasi adalah $p_{22}(\boldsymbol{z}_t)$ = 0,333631, dan peluang nilai ln *return* kurs Rupiah terhadap USD pada saat t mengalami apresiasi adalah 0,666369. Secara keseluruhan, rata-rata ekpektasi durasi dari apresiasi adalah 39,61623 hari, sedangkan rata-rata ekspektasi durasi dari depresiasi adalah 39,18689 hari. Hal ini menunjukkan bahwa durasi kondisi depresiasi nilai ln *return* Rupiah ke USD sedikit lebih pendek dibandingkan kondisi apresiasi nilai ln *return* Rupiah ke USD.

5. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil dan pembahasan bab sebelumnya, diperoleh kesimpulan yaitu pada uji stasioneritas menggunakan uji akar unit *augmented Dickey Fuller* pada data nilai tukar kurs Rupiah terhadap USD dan Euro menujukkan hasil bahwa kedua data tidak stasioner dalam mean dan varian. Oleh karena itu digunakan nilai ln *return* kurs Rupiah terhadap USD dan Euro. Hasil dari estimasi parameter menunjukkan bahwa model *Markov Switching* dengan *Time-Varying Transition Probability* yang terbaik adalah model MS(2) – AR(1), model tersebut sesuai untuk memodelkan nilai ln *return* kurs Rupiah terhadap USD dengan nilai ln *return* kurs Rupiah terhadap Euro sebagai variabel informasi pada tanggal 4 Januari 2016 hingga 30 Juni 2016 yang dinotasikan sebagai berikut:

$$\hat{R}_t = -0{,}001414 - 0{,}113236\left(\hat{R}_{t-1} + 0{,}001414\right) \text{ untuk } s_t = 1 \text{ (apresiasi)}$$

$$\hat{R}_t = 0{,}001235 - 0{,}113236\left(\hat{R}_{t-1} - 0{,}001235\right) \text{ untuk } s_t = 2 \text{ (depresiasi)}$$

dengan $\hat{R}_t$ merupakan dugaan nilai ln *return* kurs Rupiah terhadap USD, sedangkan taksiran model untuk kurs Rupiah terhadap USD adalah $y_t = y_{t-1}\exp(R_t)$.

Dari rata-rata matriks transisi probabilitas dapat diketahui bahwa jika diketahui saat t-1 nilai ln *return* Rupiah terhadap USD mengalami apresiasi, maka peluang nilai ln *return* kurs Rupiah terhadap USD pada saat t mengalami apresiasi adalah $p_{11}(z_t)$ = 0,974758, dan peluang nilai *return* kurs Rupiah terhadap USD pada saat t mengalami depresiasi adalah 0,025242. Sedangkan jika diketahui saat t-1 nilai ln *return* kurs Rupiah terhadap USD mengalami depresiasi, maka peluang nilai ln *return* kurs Rupiah terhadap USD mengalami depresiasi adalah $p_{22}(z_t)$ = 0,333631, dan peluang nilai ln *return* kurs Rupiah terhadap USD pada saat t mengalami apresiasi adalah 0,666369. Rata-rata lama periode atau durasi apresiasi adalah 39,61623 hari, sedangkan durasi dari depresiasi adalah 39,18689 hari.

DAFTAR PUSTAKA

Akaike, H. 1978. "A Bayesian Analysis of the Minimum AIC Procedure". *Ann Inst Statist Math, Vol. 30: Hal. 9-14*.

Ariyani, F. D. 2014. *Pemodelan Markov Switching Autoregressive*. Skripsi Mahasiswa S1 Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Matematika Universtias Diponegoro.

Aswi dan Sukarna. 2006. *Analisis Deret Waktu Teori dan Aplikasi*. Makassar: Andira Publisher.

Bank Indonesia. 2016. Kurs Transaksi Bank Indonesia. http://www.bi.go.id/id/moneter/informasi-kurs/transaksi-bi/Default.aspx. Diakses pada tanggal 26 Maret 2016.

Brockwell, P. J. and Davis, R. A. 2002. *Introduction to Time Series and Forecasting*, New York: Springer.

Dickey, D. A. and Fuller, W. A. 1979. “Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root”. *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 74: Hal. 427-431.

Diebold, F. X. Lee, J. -H. and Weinbach, G. C. 1994. “Regime Switching with Time-Varying Transition Probabilities, in C. Hargreaves (ed.)*”. Nonstationary Time Series Analysis and Cointegration, Hal. 283-302.*

Filardo, A. 1994. “Business-Cycle Phases and Their Transitional Dynamics*”. Journal of Business & Economic Statistics, Vol. 12: Hal. 299-307.*

Filardo, A. 1998. “Choosing Information Variables for Transition Probabilities in a Time-Varying Transition Probability Markov Switching Model*”. Research Division Federal Reserve Bank of Kansas City.*

Fuller, W. A. 1976. *Introduction to Statistical Time Series.* New York: John Wiley and Sons.

Hamilton, J. D. 1989. “A New Approach to the Economic Analysis of Nonstationary Time Series and the Business Cycle*”. Journal Econometrics, Vol. 57: Hal. 357-384.*

Hamilton, J. D. 1994. *Time Series Analysis,* New Jersey: Princeton University Press.

Hamilton, J. D. 1996. “Specification Testing in Markov-Switching Time-Series Models*”. Journal of Econometrics, Vol. 70: Hal. 127-157.*

Kim, C. J. and Nelson C. R. 1999. *State Space Models with Regime Switching, Classical and Gibs Sampling Approaches with Applications.* Cambridge, MA: MIT Press.

Makridakis, S. and Fildes, R. 1995. “The Impact of Empirical Accuracy Studies on Time Series Analysis and Forecasting”. *International Statistical Review. Vol. 63, No. 3: Hal. 289-308.*

Rimarcik, M. 2006. “Statistical Properties of Exchange Rates”. *BIATEC. Vol. XIV, No. 3*.

Rosadi, D. 2012. *Ekonometrika dan Analisis Runtun Waktu Terapan dengan Eviews.* Yogyakarta: Andi Offset.

Soejoeti, Z. 1987. *Analisis Runtun Waktu.* Jakarta: Karunika.